

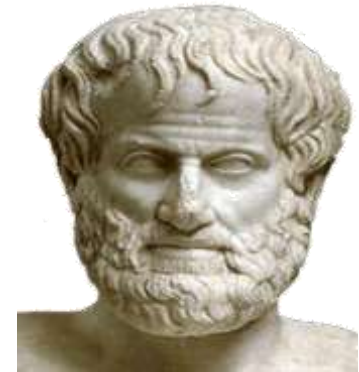
DANTE e la SCIENZA

**Logica
e
Matematica
nella
*Divina Commedia***



L'apprendimento della logica formale

- Per Dante la logica era un esercizio di stile, intelligenza, cultura, chiarezza di idee.
- I suoi maggiori maestri ed ispiratori furono:
 - Aristotele
 - Boezio
 - Pietro Hispano
 - Tommaso d'Aquino
- Nella facoltà di Bologna, Dante approfondì i saperi, soprattutto di Aristotele.
- Nella *Divina Commedia* è possibile trovare numerosi riferimenti alla disciplina che è alla base di ogni branca della Matematica e della Fisica: **la Logica**.



Divina Commedia: una lezione di logica

...e Pietro Ispano, lo qual giù luce per dodici libelli

- Dante richiama esplicitamente Pietro Ispano ed i suoi 12 libri che compongono le “*Summulae logicales*”
- Nel I libro si trova il calcolo degli enunciati, nel IV i sillogismi come ad esempio: *ogni B è A, ogni C è B, dunque, ogni C è A.*

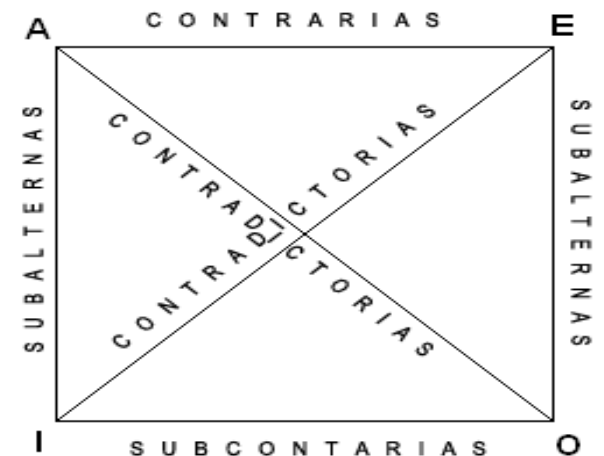
Inoltre contiene i quattro giudizi delle forme *a, e, i, o.*

Affirmo: universale affermativa

nEgo: universale negativa

affIrmo: particolare affermativa

negO: particolare negativa



Divina Commedia: una lezione di logica

- *Io li credetti; e ciò che 'n sua fede era,
vegg'io or chiaro si, come tu vedi
ogni contraddizion e falsa e vera.*
- Questo passaggio esprime il principio del terzo escluso: dati due enunciati dei quali uno è la negazione dell'altro, uno è vero e l'altro è falso.
 - *Dalla fede alla chiarezza evidente,
dalla fede alla ragione, dunque alla dimostrazione*
- Prendendo spunto dalle “*Summulae logicales*” e dal suo metateorema dello pseudo-Scoto: da una contraddizione si può dimostrare qualsiasi cosa e il falso e il vero.

Divina Commedia: una lezione di logica

*Francesco venne poi, com'io fù morto,
per me; ma un de' neri cherubini
li disse: “Non portar: non mi far torto.
Venir se ne dee giù tra' miei meschini
perchè diede il consiglio fraudolente,
dal quale in qua stato li sono a' crini;
ch' assolver non si può chi non si pente,
né pentere e volere insieme puossi
per la contraddizion che nol consente”.*

*Oh me dolente! come mi riscossi
quando mi prese dicendomi: “Forse
tu non pensavi ch' io loico fossi”!*

(Inferno, XXVII, 112-123)

Divina Commedia: una lezione di logica

- In questo passaggio si svolge una lotta tra Francesco d'Assisi ed uno qualunque dei neri cherubini a colpi di logica, che si conclude permettendo al nero cherubino di trasportare con sè la sua preda all'inferno. La preda, Guido da Montefeltro, era stato convinto a peccare e subito assolto dal papa Bonifacio VIII.
- Le premesse del cherubino sono:

Guido ha gravemente peccato e non si può assolvere chi non si pente

- La tesi è:

Guido non è stato validamente assolto



Divina Commedia: una lezione di logica

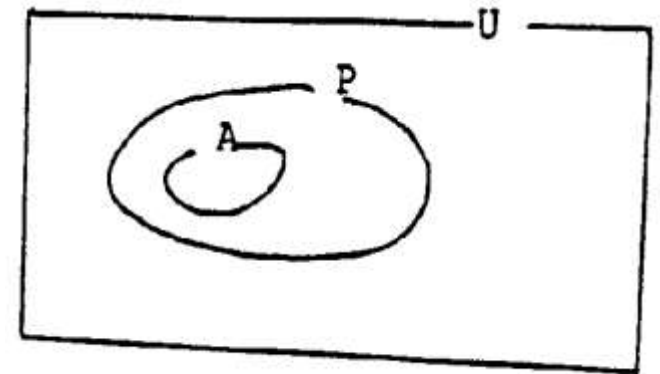
- E' possibile argomentare la ragione del cherubino con dei sillogismi:

“ch'assolver non si può chi non si pente” significa che *“ogni assolto è un pentito”*

U: insieme universo degli esseri umani

P: insieme dei pentiti

A: insieme degli assolti (validamente)



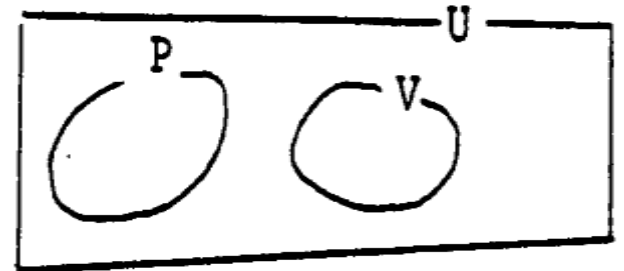
Divina Commedia: una lezione di logica

- “*nè pentere e volere insieme puossi*” significa che “*nessun pentito è un peccatore volontario*”

U: insieme universo degli esseri umani

P: insieme dei pentiti

V: peccatori consapevoli (volontari)



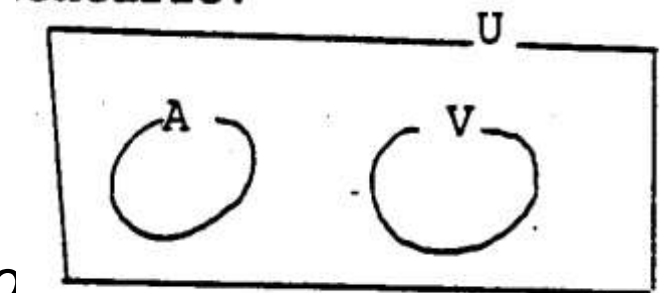
- Se ne deduce che:

U: insieme universo degli esseri umani

A: insieme degli assolti, quindi pentiti

V: peccatori consapevoli (volontari) non pentiti

...nessun assolto può essere un peccatore vo



Quindi Guido da Montefeltro non può essere assolto perché era un peccatore volontario non pentito. Una persona di V (peccatore volontario) non può essere di A (assolto)

L'infinito nella *Commedia*

“Ogni singola scintilla girava assieme al cerchio di fuoco; ed erano tanto numerose, che il loro numero diventava di tante migliaia più della progressione numerica in base alle caselle della scacchiera”

(parafrasi di *Paradiso*, XXVIII , 91-93)

- Dante nel doppiare degli scacchi prende riferimento alla leggenda di Sissa Nassir, dell'inventore del gioco che come ricompensa chiese al suo signore che venisse posto nella prima casella un chicco di riso, il doppio nella seconda, il doppio di nuovo nella terza e così via fino alla 64° , seconda la successione: $1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{63}$ (e non 64).

Il numero totale di chicchi diventa $1,8447 \times 10^{19}$,

...ma non è ancora l'infinito.

Dante sicuramente conosceva alcuni concetti sull'infinito dimostrati in alcuni paradossi.

L'infinito nella *Commedia*

- Nell'antichità il concetto di infinito era ampiamente discusso e concepito come un ente non commensurabile, e non utilizzabile in dimostrazioni matematiche in quanto conduceva a paradossi.
- Il **paradosso di Zenone** veniva utilizzato per condurre dimostrazioni o per identificare quantità, ma esso porterebbe a negazioni che effettivamente accadono:
 - Achille avanza a velocità doppia della tartaruga che ha mezzo metro di vantaggio; riuscirà Achille a raggiungere la tartaruga? Nel frattempo che Achille copre la distanza di mezzo metro, la tartaruga che viaggia a $v/2$ si è spostata di $1/4$ di metro; Achille copre il $1/4$ di metro e la tartaruga avanza di un $1/8$ di metro, e via così, tanto che sembra che Achille non riesca mai a raggiungere la tartaruga.

Il numero di volte della successione tende all'infinito avendo una somma finita.

L'infinito nella *Commedia*

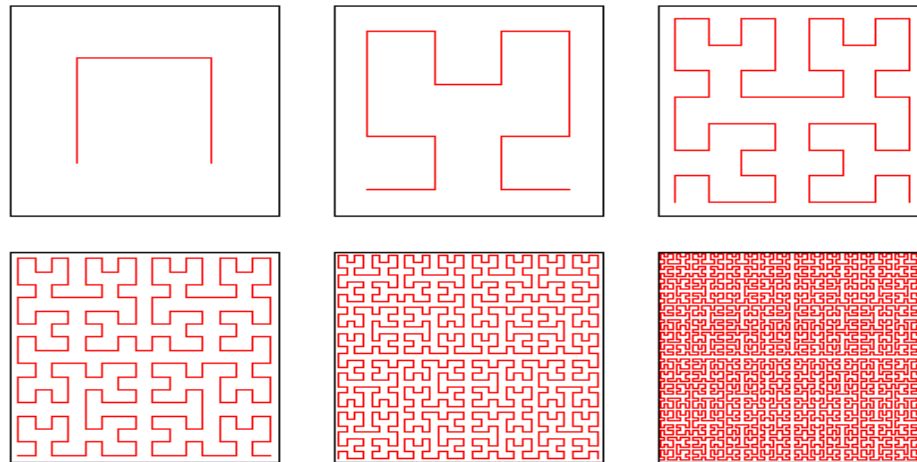
- Un altro **paradosso** è la **trombetta di Gabriele**.



- E' un solido costruito sulla rotazione sull'asse delle ascisse di un ramo di iperbole equilatera. E' possibile riempire con del liquido il suo volume ed il suo calcolo porta ad un numero preciso, in quanto il **volume è finito**. Immaginando il solido infinitamente esteso, il calcolo per quantificare la sua **superficie** porta ad un risultato **infinito**, realizzando il paradosso.

L'infinito nella *Commedia*

- Un altro **paradosso** è il frattale di **Peano**:



Una curva contenuta in una parte di piano finita, ripetuta con dimensioni ridotte per **infinite** volte.

Il calcolo delle probabilità nella *Commedia*

“Quando i giocatori della zara si lasciano, il perdente si ferma solo e addolorato ripetendo le giocate e impara a sue spese, indispettito e scornato; tutti gli spettatori invece se ne vanno con il vincitore: uno va avanti per fa re strada, un altro lo tocca da dietro e un altro di fianco si fa notare da lui; quello intanto non si ferma e ascolta l’uno e l’altro; dà la mano a uno, che allora non lo molesta più; e così si difende dalla calca.”

(parafrasi Purgatorio, I, 1-9)

Sebbene la probabilità sia una disciplina moderna, si può notare come il suo concetto era già presente nella mente di Dante e nei suoi versi.

Il calcolo delle probabilità nella *Commedia*



Per Dante questo gioco ha come scenario le vicende dell'Antipurgatorio, dove si trovano le anime di coloro che hanno omesso di adempiere ai loro doveri spirituali, ed aspettano il momento di purificarsi e scontare le loro colpe.

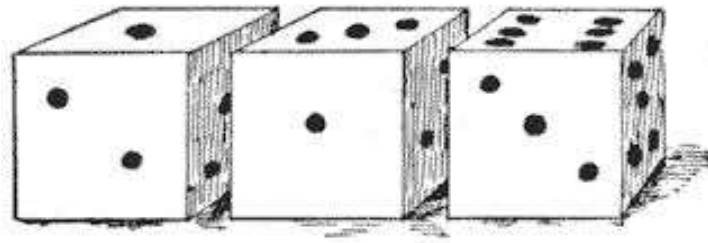
In questo passaggio viene fatto riferimento ad un gioco d'azzardo diffuso nel Medioevo, il gioco della zara. I giocatori dovevano lanciare a turno 3 dadi a 6 facce, e prima che i dadi rivelassero ciascuno un numero, il giocatore doveva pronunciare a voce alta il numero che secondo lui sarebbe risultato come somma dei 3 numeri rivelati dai dadi.

Il calcolo delle probabilità nella *Commedia*

La vittoria è chiaramente un caso, la somma minima ottenibile sarà 3, la massima 18, ma si potrebbe notare ripetendo il lancio numerosissime volte, e calcolando le probabilità, che nell'escursione dal 3 al 18, i numeri centrali hanno più probabilità di uscire che gli altri.

“ripetendo le giocate e impara a sue spese”

E' un gioco in cui conta la sorte o la bravura? Potremmo dire che sono importanti entrambe. Dante sta in effetti parlando tra le righe di un calcolo delle probabilità, e può essere visto come un calcolo banale per i tempi odierni, ma tutt'altro che scontato per l'epoca.



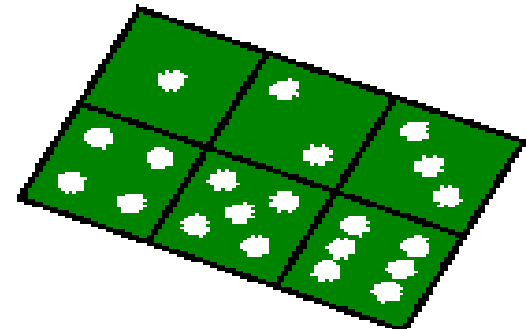
Il calcolo delle probabilità nella *Commedia*

- La somma più alta su cui si può puntare è il 18, mentre la più bassa è il 3. L'unica combinazione possibile che possa dare 3 è $1 + 1 + 1$, e siccome ciascuno di questi tre numeri ha probabilità $1/6$ di uscire, moltiplicando le singole probabilità tra loro, si ottiene:

$$1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/216$$

Stesso discorso si può fare per il 18. A causa della probabilità così bassa di ottenere queste due somme, il 3 e il 18 erano considerati valori nulli, e venivano chiamati *azari*.

- In particolare le somme 10 e 11 sono i valori su cui era consigliabile giocare, dato che esistono ben 27 possibili combinazioni che possono far uscire queste somme, quindi la loro probabilità di uscita aumenta di molto.



Autore e fonti

Autore

Fortuna Alex

3° C1

I.T.I."V.E.Marzotto" di Valdagno

Anno scolastico 2013 / 2014

Fonti

Materiale didattico

www.fmboschetto.it

www.naturamatematica.com