

IIS «MARZOTTO-LUZZATTI» – VALDAGNO
CLASSE 3C1
Anno scolastico 2019-2020

IL NUMERO NEL MEDIOEVO E RINASCIMENTO TRA STORIA, POESIA, ARTE E MATEMATICA

MATEMATICA NELLA *COMMEDIA* DI DANTE

- I numeri nella struttura del poema
- Il gioco della zara
- Il calcolo delle probabilità

I NUMERI NELLA STRUTTURA

1

L'uno è il numero che genera tutti gli altri numeri, per questo rappresenta l'origine di tutte le cose, la perfezione, l'assoluto e la divinità, è significato di pienezza e completezza.

3

3 sono le cantiche composte in terzine a rima incatenata, 3 sono i regni (Inferno, Purgatorio, Paradiso), 3 le virtù teologali (Fede, Speranza, Carità), 3 le donne che aiutano Dante (la Vergine Maria, Santa Lucia e Beatrice), 3 le guide del suo viaggio attraverso l'oltretomba: Virgilio, Beatrice e San Bernardo.

In generale il numero tre richiama la Trinità.

6

In ognuna delle cantiche il canto sesto è di argomento politico (su Firenze, sull'Italia, sull'Impero).

I NUMERI NELLA STRUTTURA

7

7 sono i giorni della durata del viaggio di Dante nell'Aldilà, 7 i giorni della creazione della terra, 7 i Sacramenti, 7 i vizi capitali (Superbia, Avarizia, Lussuria, Gola, Invidia, Ira e Accidia), 7 le cornici del Purgatorio.

Il 7 è il numero della perfezione umana.

9

Il 9 rappresenta la perfezione massima perché è il numero quadrato del 3.

L'inferno è formato da 9 gironi, 9 sono i cieli del paradiso.

Il 9 è il numero simbolico di Beatrice.

10

10 sono i fossati che dividono le Malebolge, 10 i papi nominati nel poema e decimo è il canto del Paradiso dove si parla del Sole, che rappresenta Dio.

I NUMERI NELLA STRUTTURA

33

Il numero 33 indica gli anni di Cristo, ma è anche il numero di canti di ogni cantica (più uno nell'*Inferno* che serve da introduzione) e il numero di sillabe di ogni terzina.

100

Il poema è composto di 100 canti distribuiti in 3 cantiche: Inferno, Purgatorio e Paradiso, ognuna composta da 33 canti, più il canto proemiale.

666

Nell'Apocalisse di Giovanni 666 indica la bestia satanica mandata fuori dall'abisso.

"Qui sta la sapienza. Chi ha intelligenza calcoli il numero della bestia, perché esso è un numero d'uomo; e tale numero è sei centinaia, tre ventine e un sei". (Apocalisse 13, 16-18)

Dante vi allude quando parla del 515 (DXV), il numero che indica l'inviato dal Cielo che sconfiggerà il male.

IL GIOCO DELLA ZARA

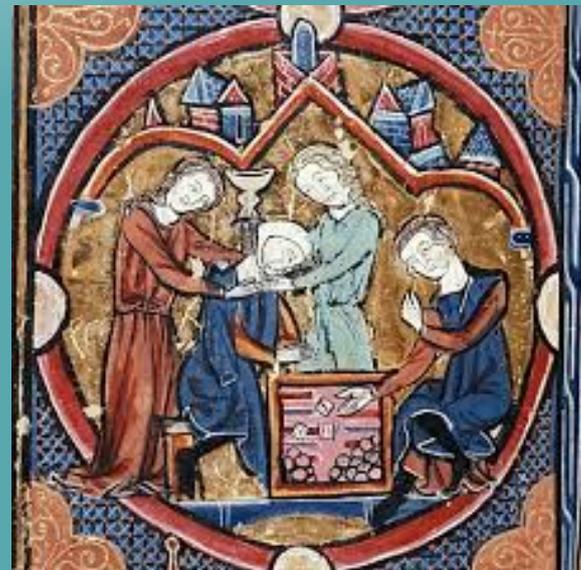
Il gioco della zara era diffusissimo nel Trecento: si giocava gettando tre dadi e tentando di indovinare i numeri risultanti dalle loro possibili combinazioni.

Il termine «zara» deriva dall'arabo «az-zahr»=dado, da cui il termine «azzardo».

Si definivano «volte» le combinazioni dei numeri nelle gettate; alcune erano considerate nulle perché difficilmente verificabili (i numeri sotto il 7 e sopra il 14). Quando usciva una di queste combinazioni si diceva «zara», cioè la giocata era nulla e si passava la mano.

Francesco Buti, commentatore del XIV secolo, scriveva:

«Li punti divietati sono in tre dadi esclusive da sette in giù e da quattordici in su; e però quando vegnano quelli punti, dicono li giocatori: Zara; quasi dica: Nulla, come Zero nell'abaco, e questi sono vietati, perché non hanno tre parità come ha sette e quattordici e li punti che sono in quel mezzo. »



IL GIOCO DELLA ZARA

Nel VI canto del *Purgatorio* Dante parla del gioco della zara a proposito delle anime dei penitenti che lo seguono per chiedere suffragi, paragonandole ai curiosi intorno a un vincitore nel gioco dei dadi.

*«Quando si parte il gioco de la zara,
colui che perde si riman dolente,
repetendo le volte, e tristo impara;
con l'altro se ne va tutta la gente;
qual va dinanzi, e qual di dietro il prende,
e qual dallato li si reca a mente »* (Purg. VI, 1-6)

Dante intende dirci che quando ha termine il gioco della zara il perdente ci rimane male e cerca di imparare a fare meglio la prossima volta, ripassando nella memoria le cattive puntate che ha fatto, e quelle buone che non ha fatto, mentre tutti se ne vanno con il vincitore, sperando di approfittare della sua generosità.



IL GIOCO DELLA ZARA

Fra Giovanni da Serravalle, traduttore della *Commedia* in latino del XIV secolo, scriveva: «Nel gioco dei dadi con tre dadi, il numero dei punti si chiama "volta". Tutti coloro che hanno "volte" comprese fra il sette e il tre si dice che hanno "cattive volte", perché con tre dadi raramente sortiscono il sei e il cinque, e più raramente il quattro o il tre. Lo stesso vale per quanti hanno "volte" tra il quattordici e il diciotto, perchè raramente con tre dadi escono il quattordici, il quindici e il sedici, e anche più di rado il diciassette e il diciotto. Le volte invece comprese fra il sette e il tredici si dicono "buone", perché escono più spesso (...) Finito il gioco, colui che perde rimane triste e dolente, ripensa alle "cattive volte" che gli sono toccate, e si sforza di imparare per altre occasioni a scegliere volte migliori.»

Secondo il suo ragionamento quindi, escono raramente il 7, il 6, il 15, il 16, escono ancora più raramente il 3, il 4, il 17 e il 18, il 9 può uscire 4 volte, l'8 può uscire 5 volte, il 9, il 10, l'11 e il 12 possono uscire 6 volte, il 13 può uscire 5 volte, il 14 può uscire 4 volte. Il numero totale delle "volte" è pari a:

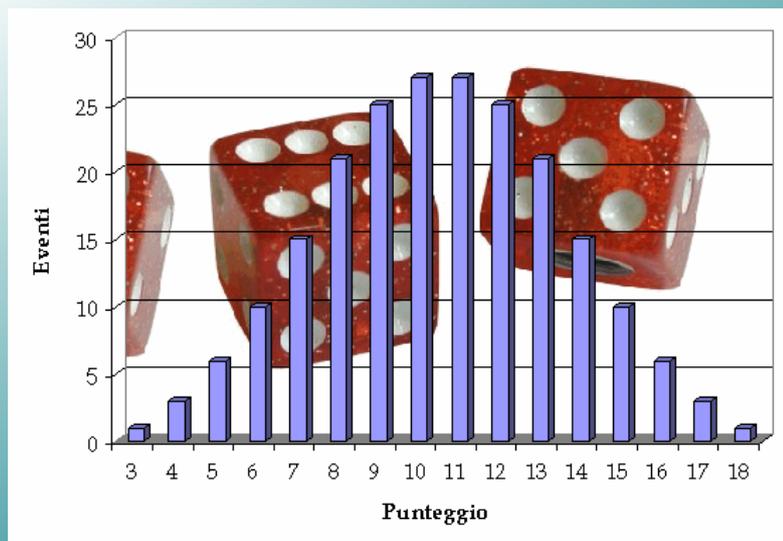
$$1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 6 + 6 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1 = \mathbf{56}$$

Come si vede dall'elenco, il 9, il 10, l'11 e il 12 erano tutti ottenibili da sei "volte". Eppure, i giocatori esperti sapevano che il 10 e l'11 escono più frequentemente del 9 e del 12. Come mai? Il primo a rispondere a questa domanda fu Galileo.

IL GIOCO DELLA ZARA

Galileo affronta questo problema, che gli è proposto dal Granduca di Toscana, nel trattato *Sulla scoperta dei dadi*.

Analizzando tutti i punteggi ottenibili con il lancio di tre dadi, egli ottiene la seguente tabella chiaramente simmetrica.



Sommando tutte le combinazioni possibili, ne risultano **216**, come confermato dal moderno calcolo delle probabilità.

IL CALCOLO DELLE PROBABILITA'

Per parlare in termini di probabilità, siccome i casi possibili totali sono **216**, se ne deduce che:

3 e 18 si presentano con probabilità $1/216 = 0,46 \%$

4 e 17 con probabilità $3/216 = 1/72 = 1,39 \%$

5 e 16 con probabilità $6/216 = 1/36 = 2,78 \%$

6 e 15 con probabilità $10/216 = 5/108 = 4,63 \%$

7 e 14 con probabilità $15/216 = 5/72 = 6,94 \%$

8 e 13 con probabilità $21/216 = 7/72 = 9,72 \%$

9 e 12 con probabilità $25/216 = 11,57 \%$

10 e 11 con probabilità $27/216 = 1/8 = 12,5 \%$

Si vede che la somma di tutte le probabilità dà $216/216 = 100 \%$.

Si dice che lo spazio delle probabilità è normalizzato: la loro somma totale deve dare l'unità.

IL CALCOLO DELLE PROBABILITA'

Galileo comprese per primo anche la differenza tra **disposizioni** e **combinazioni**.

- Si chiamano disposizioni di n oggetti a gruppi di k i gruppi che si possono formare prendendo k di quegli n oggetti, ritenendo distinti i gruppi che differiscono per l'ordine.

Il loro numero si indica con la scrittura $\mathbf{D}^{n,k}$

- Si dicono invece combinazioni di n oggetti a gruppi di k i gruppi che si possono formare
- Prendendo k di quegli n oggetti, ma stavolta indipendentemente dal loro ordine.

Il loro numero si indica con la scrittura $\mathbf{C}^{n,k}$

- Le disposizioni sono in numero sempre maggiore delle combinazioni. Ogni disposizione si ottiene dalla combinazione di quegli stessi oggetti permutandoli in tutti i modi possibili, e perciò vale la relazione fondamentale: $\mathbf{D}^{n,k} = \mathbf{P}^k \times \mathbf{C}^{n,k}$

IL CALCOLO DELLE PROBABILITA'

Nel gioco della zara abbiamo disposizioni di 6 oggetti a gruppi di 3. In base alle formule sopra fornite è facile determinare $D^{6,3} = 120$, e $C^{6,3} = 20$.

Come mai i conti sembrano non tornare?

Perchè quelle del gioco della zara sono **disposizioni e combinazioni con ripetizione**. Infatti due dadi, o tutti e tre, possono presentare lo stesso punteggio. Le formule per trovare il loro numero vanno così modificate:

$$D_{n,k}^R = n^k \quad ; \quad C_{n,k}^R = \binom{n+k-1}{k}$$

Se ne deduce che le disposizioni con ripetizione di 6 oggetti a gruppi di 3 sono $6^3 = 216$, mentre le combinazioni con ripetizione di 6 oggetti a gruppi di 3 sono in numero uguale alle combinazioni senza ripetizione di 8 oggetti a gruppi di 3, cioè 56: esattamente il numero che aveva calcolato Giovanni da Serravalle, ma che non coincideva con le previsioni dell'esperienza dei giocatori di zara e con calcoli di Galileo.

IL CALCOLO DELLE PROBABILITA'

- Il primo ad occuparsi di analisi matematica delle probabilità fu forse l'algebrista **Gerolamo Cardano** nel XVI secolo.
- La paternità del moderno calcolo delle probabilità è però divisa fra i francesi **Blaise Pascal** e **Pierre de Fermat**.
- Gli studi di Pascal presero avvio dai problemi che gli poneva uno dei suoi amici, il Cavaliere de Méré, accanito giocatore d'azzardo.
Pascal avviò una corrispondenza con Fermat, dalla quale in una lettera del 29 luglio 1654 scaturì il concetto di probabilità come rapporto fra il numero di casi favorevoli ad un evento e il numero totale di casi possibili.
- Nel 1657 l'olandese **Christiaan Huygens** scrisse il primo vero trattato sul calcolo delle probabilità, mentre nel 1713 fu pubblicata postuma l'*Ars conjectandi* di **Jakob Bernoulli**, nella quale egli enunciava la cosiddetta Legge dei Grandi Numeri.
- Nel XX secolo le ricerche dello statistico **Bruno de Finetti** portarono all'introduzione della definizione soggettiva della probabilità.
- Infine il sovietico **Andrej Kolmogorov** con il suo saggio del 1933 fondò la moderna teoria assiomatica della probabilità.

FONTI e AUTORI

FONTI

- *“Dante e la scienza - Algebra”* in www.fmboschetto.it
- *“Dante e Matematica”* di G. Cotroni in www.diesse.it

AUTORI

Caoduro Francesco, Lealini Leonardo, Perin Andrea

Classe 3 C1

IIS «Marzotto-Luzzatti» – Valdagno

Anno scolastico: 2019 - 2020