

IIS «MARZOTTO-LUZZATTI» –VALDAGNO  
CLASSE 3C1  
Anno scolastico 2019-2020

IL NUMERO NEL MEDIOEVO E RINASCIMENTO TRA STORIA, POESIA, ARTE E MATEMATICA

# Matematica nella *Commedia* di Dante

- Il gioco degli scacchi
- Il numero degli angeli e l'infinito
- Il Primo Mobile e il moto dei cieli



**Gli scacchi, il numero degli  
angeli e l'infinito**

Dante nella *Divina Commedia* nel canto XXVIII del *Paradiso* per esprimere il numero degli angeli riprende la leggenda della nascita degli scacchi.

*«E poi che le parole sue restaro,  
non altrimenti ferro disfavilla  
che bolle, come i cerchi sfavillaro.  
L'incendio suo seguiva ogni scintilla;  
ed eran tante, che 'l numero loro  
più che 'l doppiar de li scacchi s'immilla»*

(Par. XXVIII, 88-93)

Questo ci fa pensare che Dante conoscesse e praticasse il gioco degli scacchi.

La nascita di questo gioco si colloca in India nel VI secolo.



La leggenda parla di un re persiano annoiato, che promette una grande ricompensa a chiunque riesca a creare qualcosa che lo diverta.

Un giorno il matematico Sissa Nassir gli mostra gli scacchi, gioco che piace molto al re, il quale decide di dare a Nassir come ricompensa tutto quello che egli desidera.

Questi chiede un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, 2 per la seconda, 4 per la terza e così via raddoppiando per tutte le 64 caselle.

Dopo molti calcoli, i contabili del re concludono che la richiesta non si può esaudire, perché richiederebbe una quantità ottenibile solo coltivando a grano tutta la superficie terrestre per 1500 anni.



Il problema posto da Sissa Nassir consisteva nello stabilire la somma dei primi 64 termini di una **progressione geometrica** di ragione 2.

Si dice progressione geometrica una successione di numeri tale che il rapporto tra un termine della successione e il precedente sia costante.

Ad esempio { 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072, 6144... }, perchè:  
 $6/3 = 2$        $12/6 = 2$        $24/12 = 2$       .... e così via.

I termini successivi di una progressione si possono indicare con lettere minuscole con apice: {  $a^1$  ,  $a^2$  ,  $a^3$  , ...,  $a^n$  , ... }

Il rapporto costante tra ogni termine della successione e il precedente si chiama «ragione» della progressione geometrica, e si indica con «q».

In altre parole:  **$a^n = a^{n-1} \times q$**

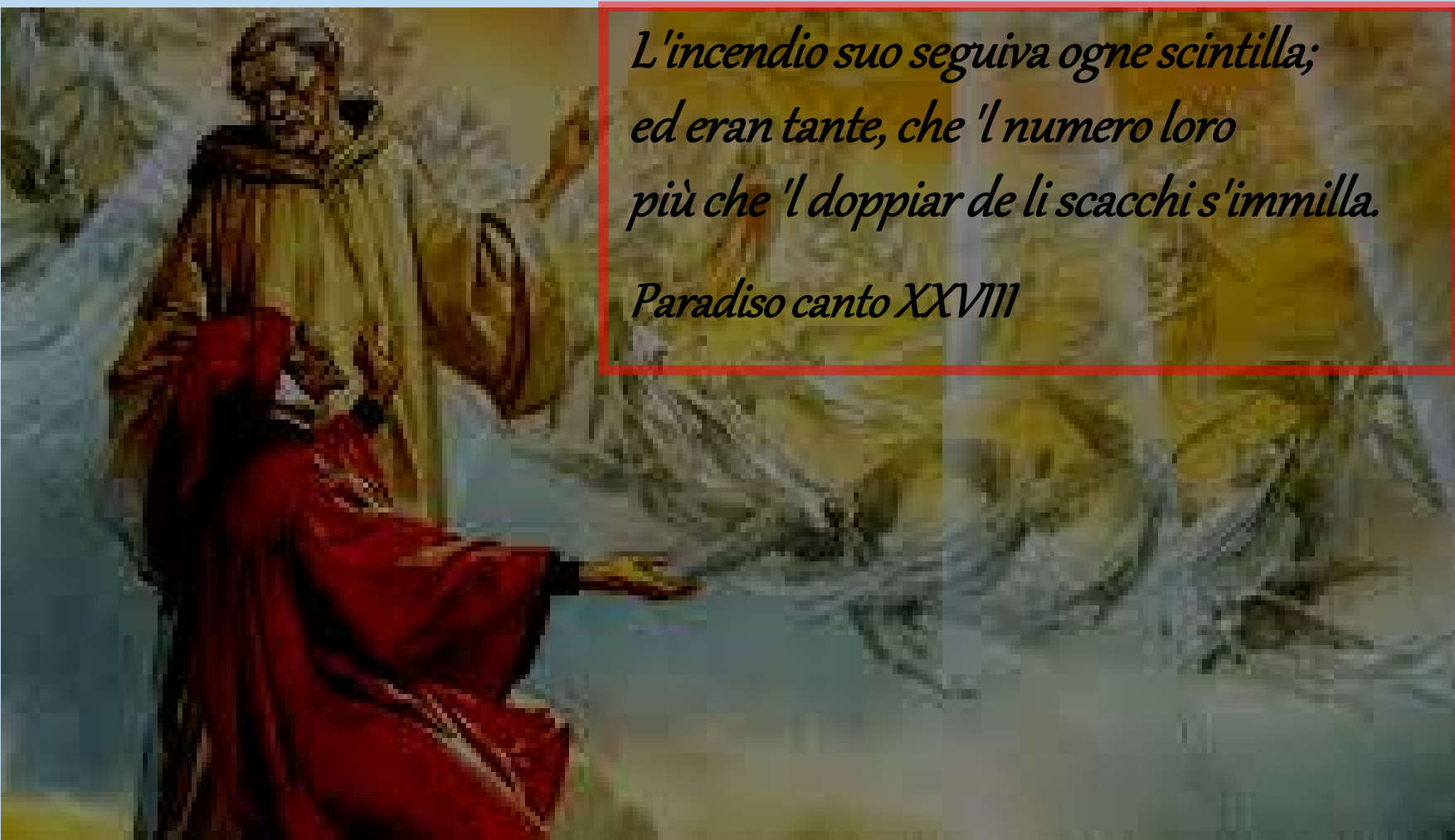
Per calcolare la somma  $S^n$  dei primi n termini di una progressione geometrica bisogna ricorrere a una formula algebrica, che dà la scomposizione della differenza di due potenze dello stesso grado, arrivando a:  **$S^n = a^1 \times (q^n - 1)/(q - 1)$**

Per risolvere il problema di Sissa Nassir bisogna quindi trovare la somma dei termini di una progressione geometrica di ragione 2 il cui primo termine vale 1.

Usando la formula sopra riportata si ha:

$$\mathbf{S^{64} = 1 \times (2^{64} - 1) / (2 - 1) = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615}$$

Un risultato enorme, che nel nostro sistema di numerazione richiede 20 cifre per essere scritto.

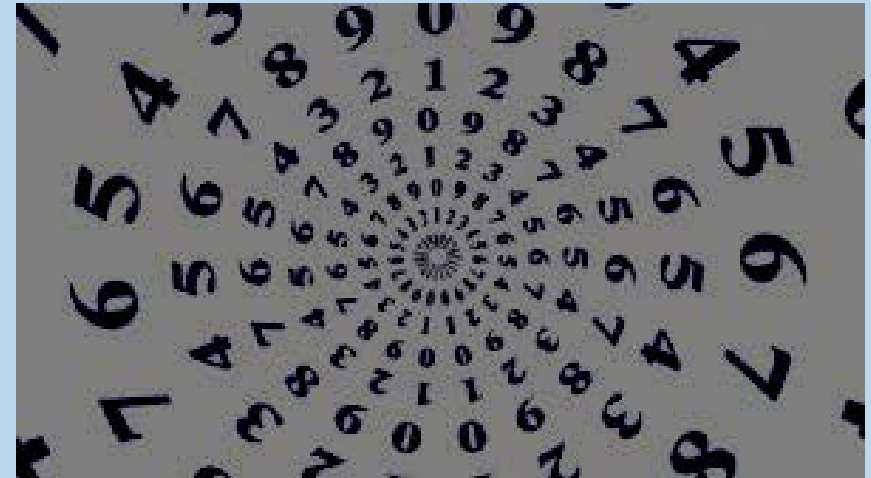


*L'incendio suo seguiva ogni scintilla;  
ed eran tante, che 'l numero loro  
più che 'l doppiar de li scacchi s'immilla.*

*Paradiso canto XXVIII*

Il canto XXVIII dovrebbe permetterci di calcolare il numero degli angeli. Dante infatti fa riferimento alla richiesta del matematico nella leggenda. Si pensa che il poeta con l'espressione “*l doppiar de li scacchi s'immilla*” intendesse che bisogna sostituire il 2 con il 1000, per esprimere così il numero infinitamente grande degli angeli.

Il numero che dice Dante è un numero praticamente infinito, cioè  $1,001 \cdot 10^{189}$ , un numero talmente grande che non è minimamente immaginabile nelle dimensioni da noi conosciute, dato che la massa dell'universo arriva "solo" a  $10^{58}$  e i protoni che lo formano arrivano "solo" a  $10^{81}$ .



Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum.



# Il Primo Mobile e il moto dei cieli



Il Primo Mobile, o Cielo Cristallino, è il nono cielo.  
E' detto così perché è il primo a muoversi: riceve il suo movimento da Dio e lo trasmette agli altri cieli sottostanti.  
Il Primo Mobile è il cielo più veloce perché è governato dai Serafini, che, fra i cori angelici, sono i più vicini a Dio.  
La potenza divina, che ha sede nell'Empireo, imprime ai cieli un movimento rotatorio, rapidissimo nel Primo Mobile e poi via via sempre più lento fino alla Terra, immobile al centro del cosmo.  
Secondo Dante anche il tempo ha le sue radici nel nono cielo.



Il Primo Mobile è il più grande dei cieli materiali, eppure è invisibile dalla Terra.

Come dice il nome, il Cielo Cristallino appare assolutamente uniforme in ogni suo punto tanto che Dante non sa in quale punto esatto di esso Beatrice lo abbia portato:

*« ...Nel ciel velocissimo m'impulse.*

*Le parti sue vivissime ed eccelse*

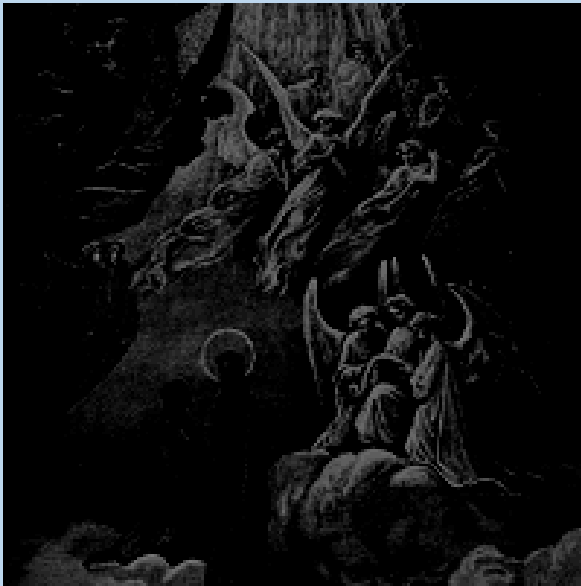
*sì uniforme son, ch'i' non so dire*

*qual Beatrice per loco mi scelse. »*

(Par. XXVII, 99-102)



« Non è suo moto per altro distinto,  
ma li altri son misurati da questo,  
sì come diece da mezzo e da quinto »  
(Par. XXVII, 115-117)



Il poeta si trova con la sua guida Beatrice nel nono cielo, il Primo Mobile, che quindi non è determinato dal movimento di qualcos'altro, ma imprime il moto in egual misura a tutti gli altri cieli.

Dante dice che i moti dei vari cieli si rapportano a quello del Primo Mobile così come il "*diece da mezzo e da quinto*".

Per esprimere la sincronizzazione dei moti delle sfere celesti con quello del Primo Mobile, Dante ricorre a una similitudine matematica: «come il dieci è misurato dalla sua metà e dalla sua quinta parte», dove «misurato» sta per ottenuto tramite moltiplicazione (5x2).

Qual è il numero che è "misurato" in tal modo dal suo mezzo e dalla sua quinta parte?

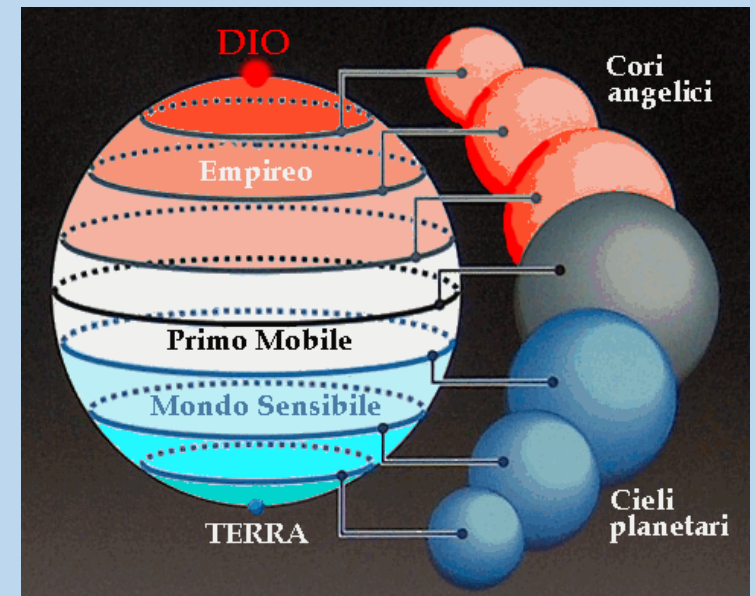
Se indichiamo tale numero con  $x$ , la sua metà è  $x/2$  e la sua quinta parte è  $x/5$ . Dunque se ne ricava l'equazione:

$$\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{5} = x$$

che con facili passaggi diventa:  $x^2 - 10x = 0$

Si tratta di un'equazione di secondo grado spuria, le cui soluzioni sono  $x^1 = 0$  e  $x^2 = 10$ .

Dato che la prima è ovviamente non accettabile, se ne conclude che l'unico numero "misurato" dalla sua metà e dalla sua quinta parte è proprio il "diece".



# Fonti

- *Dante e la scienza – Algebra* in [www.fmboschetto.it](http://www.fmboschetto.it)
- *La nascita degli scacchi: tra storia e leggenda* in [www.losbuffo.com](http://www.losbuffo.com)

# Autori

Biolo Marcello, Costa Marco, Gonzati Samuele  
Classe 3 C1  
IIS «Marzotto-Luzzatti» di Valdagno  
Anno scolastico 2019-2020